

Interaction of Concrete Dam- Reservoir Using Scaled Boundary Finite Element Method (SBFEM)

S. Abedi¹, R. Attarnejad^{2*},

تحلیل اندرکنش سد بتنی و مخزن به روش اجزاء محدود مرز مقیاس

سبا عابدی^۱، رضا عطارنژاد^{۲*}

Abstract

Special attention is given to the Dam and reservoir interaction in all analysis because the safety of Dam during an earthquake is a vital issue for downstream parts. In this paper the interaction of dam-reservoir is evaluated in the case of earthquake. Therefore the hydrodynamic pressure in the upstream face of the dam should be calculated. For this regard, the governing differential equation on hydrodynamic pressure waves should be evaluated by the consideration of boundary conditions. Therefore we will concentrate on upstream boundary condition modeling which is fulfilled by use of two different methods: finite elements method with Sharan boundary condition and scaled boundary finite element method. In this research, fluid is considered to be homogeneous, non-viscous and compressible and is divided into two different regions: near and far. For the modeling of Dam body in the near field, finite element method and for the modeling of far field, scaled boundary finite element method is used. A concrete gravity Dam is used for this regard and it should be mentioned that two dimensional analysis is mostly used for the evaluation and modeling of such Dams. To be innovative, scaled boundary finite element method is used for the modeling of reservoir and to solve the governing equations on fluid and structure, simultaneous method of equation solving is used. In accordance to the fact that scaled boundary finite element method could model an infinite media, therefore complete attenuation is modeled and accurate results are presented. This method could shorten the calculations and increases the accuracy.

Keywords: *Dynamic analysis, Dam-reservoir interaction, finite element method, boundary scaled method, numerical method*

Received June 23, 2024

Accepted: July 31, 2024

1- Senior civil engineer of hydraulic structures

2- Professor of the Department of Civil Engineering, University of Tehran

. Email : attamjd@ut.ac.ir

*Corresponding Author

چکیده

اثر متقابل سد و مخزن در همپی تحلیل‌ها مورد توجه خاص می‌باشد زیرا ایمنی سد در طول زلزله در پایین دست بسیار مهم است. در این مطالعه اندرکنش سد و مخزن در هنگام وقوع زلزله بررسی شده است. برای این منظور معادله دیفرانسیل حاکم بر امواج فشار هیدرودینامیک همراه با شرایط مرزی مخزن با توجه خاص به مدل‌سازی شرط مرزی بالادست مخزن بررسی شده است. از دو روش متفاوت اجزاء محدود با شرط مرزی شاران و اجزاء محدود مرز مقیاس جهت مدل‌سازی مخزن استفاده شده است. سیال محیطی همگن، غیر ویسکوز و تراکم پذیر فرض شده و به دو بخش میدان نزدیک و میدان دور تقسیم‌بندی شده است. برای مدل‌سازی بدنه سد و همچنین ناحیه نزدیک مخزن از روش اجزاء محدود و جهت مدل‌سازی ناحیه دور دست مخزن از اجزاء محدود مرز مقیاس کمک گرفته شده است. از مدل دو بعدی کرنش صفحه‌ای برای تجزیه و تحلیل سد بتنی وزنی استفاده شده است. تحلیل اندرکنش سد و مخزن با استفاده از المان‌های محدود و المان محدود مرز مقیاس در دامنه زمان مورد بحث قرار گرفته و روابط سازهای و هیدرودینامیک سیستم بیان شده است و در نهایت روش حل همزمان دستگاه معادلات دینامیکی تشریح شده است. با توجه به اینکه روش اجزاء محدود مرز مقیاس محیط نامحدود و در نتیجه میرایی را بطور کامل مدل می‌کند، نتایج مناسبی ارائه می‌نماید. استفاده از این روش باعث کاهش حجم عملیات محاسباتی با دقت مناسب می‌شود

کلمات کلیدی: سد بتنی وزنی، اندرکنش سد و مخزن، اجزاء محدود مرز مقیاس، پاسخ دینامیکی، روش عددی

تاریخ دریافت مقاله: ۱۴۰۳/۴/۳

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۴۰۳/۵/۱۰

۱- سبا عابدی، کارشناسی ارشد سازه های هیدرولیکی دانشگاه تهران.

۲- رضا عطارنژاد، استاد گروه عمران دانشکده فنی دانشگاه تهران.

ایمیل: attamjd@ut.ac.ir

*نویسنده مسئول

مقدمه

هستند؛ برای تقریب تغییرمکان‌ها استفاده می‌شود. پس از سرهم‌سازی المان‌های محدود، ماتریس معادلات سیستم کلی بدست می‌آید. اگرچه روش اجزا محدود برای مصالح ناهمگن و ناهمسان با رفتار غیر خطی مناسب است [۵]. با توجه به وقوع پدیده تفرق امواج و بروز میرایی تشعشی در سیستم، روش اجزا محدود ابزار مناسبی برای مدلسازی اینگونه سیستم‌ها در حالات کلی بارگذاری تشخیص داده نشده است و شرایط مرزی در بی‌نهایت دقیقاً ارضا نمی‌شود [۶]. در روش المان مرزی پس از جزءبندی مرز سیال و سازه، حل مسئله با استفاده از روش‌های حل تحلیلی بسته که شرایط میرایی تشعشی را ارضا می‌کند، انجام می‌پذیرد [۷]. مزیت اصلی روش المان‌های مرزی در مقایسه با سایر روش‌ها، از قبیل روش‌های اجزاء محدود و تفاضل‌های محدود، کفایت لزوم المان‌بندی در مرز مسائل می‌باشد [۸] [۹]. این قابلیت، با فرض حصول به دقت یکسان، حجم اطلاعات ورودی و هزینه‌های محاسباتی معادلات در مقایسه با سایر روش‌های موازی شدت کاهش می‌دهد [۹] [۱۰] و شرایط مرزی در بی‌نهایت به دقت ارضا می‌شود. از طرفی نظر به دقیق بودن حل توابع گرین در داخل حوزه، تقریبات صرفاً بر روی مرزها اعمال شده و مجهولات در داخل دامنه دقیق می‌باشند [۸] [۱۱]. با عنایت به قابلیت‌های ذکر شده و الزامات مورد اشاره در خصوص بررسی سیستم لرزه ای اندرکنشی سدها، هم اکنون شاهد استفاده فراگیری از روش المان‌های مرزی در بین محققین و مهندسی‌ن در این حیطه می‌باشیم.

تخمین فشار هیدرودینامیکی وارد بر دیوار سد، اولین بار طی یک روش تحلیلی در دامنه فرکانس در سال ۱۹۳۳ توسط وسترگارد براساس روش جرم افزوده صورت گرفت [۱]. تقریباً همزمان با وسترگارد محققى به نام [Karman ۲]. نیز با استفاده از مفهوم تعادل تکانه خطی، توزیع فشار هیدرودینامیکی وارد بر سد را از جانب مخزن هنگام وقوع زلزله تعیین کرد که نتایج او بسیار نزدیک به نتایج وسترگارد بود. کارهای قابل توجهی توسط چوپرا و همکارانش در زمینه اندرکنش سد-مخزن-فونداسیون در حوزه فرکانس انجام شده است [۳] [۴]. در حوزه فرکانس، روش حل آسانتر از حوزه زمان است. با این حال، درک روش‌های مبتنی بر حوزه فرکانس نسبت به روش‌های مبتنی بر حوزه زمان دشوار است. همچنین، تحلیل در حوزه فرکانس معمولاً زمانی انجام می‌شود که سازه و سیال رفتار خطی داشته باشند. در تحلیل در حوزه زمان می‌توان رفتار غیرخطی سیال و سازه سد را نیز در نظر گرفت. به منظور بررسی مسئله اندرکنش سد و سیال روش‌های عددی و تحلیلی مختلفی ارائه شده است. در کاربرد عملی معمولاً زمانی از روش‌های تحلیلی استفاده می‌شود که مسئله دارای هندسه ساده باشد. در حالی که روش‌های عددی مثل روش اجزا محدود، روش المان مرزی، روش المان نامحدود در مورد مسائل پیچیده‌تر به کار می‌روند. در روش اجزا محدود دامنه به المان‌های غیرهمپوشانی تقسیم می‌شود. در این روش از توابع شکل محلی که به صورت توابع چند جمله‌ای

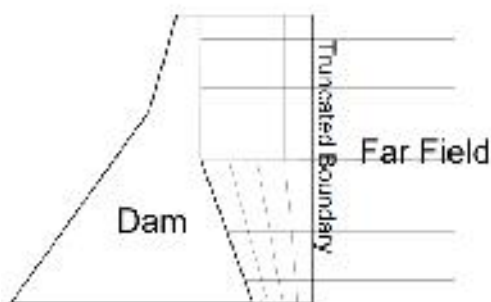
می‌گیرد [۱۸] [۱۹]. روش اجزا محدود مرز مقیاس یک روش نیمه تحلیلی است که برای مدلسازی محیط محدود و نامحدود به کار می‌رود و امکان در نظر گرفتن ناهمگنی مصالح در آن وجود دارد. این روش برای حل مسائل اندرکنش خاک و سازه توسط Wolf و Song ارائه شد [۲۰]. این روش در حوزه فرکانس و زمان کاربرد دارد. در روش اجزا محدود مرز مقیاس معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی به معادلات دیفرانسیل معمولی تبدیل می‌شوند. در این روش تنها مرز جزیبندی می‌شود که منجر به کاهش ابعاد مسئله خواهد شد. اما در مقایسه با روش المان مرزی استاندارد، نیاز به در دست بودن حل اساسی نیست و انتگرال منفرد رخ نم‌دهد. با توجه به اینکه در جهت شعاعی راه حل تحلیلی است، می‌توان شرایط مرزی را در بی‌نهایت به دقت ارضا کرد. پس میتوان نتیجه گرفت که روش اجزاء محدود مرز مقیاس (SBFEM) ترکیب مزایای روش‌های المان محدود و المان مرزی است. همچنین این روش مزایای روش‌های عددی و تحلیلی را با هم داراست. Fan و همکاران در سال ۲۰۰۵ [۲۱] برای اولین بار اندرکنش سازه- سیال هنگامی که محیط سیال لایه‌بندی شده نیست را با استفاده از این روش مورد مطالعه قرار دادند. آن‌ها فشار هیدرودینامیک وارد شده بر یک استوانه که در تماس با محیط سیال بی‌نهایت و در معرض یک شتاب آبی قرار گرفته را محاسبه کردند و با مقایسه نتایج حاصله با روش‌های عددی دیگر، مزیت روش المان محدود مرز مقیاس در این طیف از مسائل را نشان دادند.

روش المان مرزی در صورت وجود حل اساسی یک روش دقیق است ولی متأسفانه همیشه حل اساسی وجود ندارد. برای مثال، در حالت الاستودینامیک به جز برای محیط‌های همگن و ایزوتروپ، روش حل بسیار پیچیده است، که در عمل کاربرد این روش را محدود می‌کند. از معایب دیگر این روش این است که ماتریس ضرایب سیستم کلی نامتقارن بوده و تکینگی و توابع خاص ظاهر می‌شود. استفاده از روش‌های ترکیبی امکان استفاده از مزایای هر دو روش را فراهم می‌کند. روش‌های ترکیبی FEM-BEM همواره در ادبیات فنی مطرح بوده است [۱۲]. از ترکیب FEM و المان نامحدود هم برای بررسی مسائل اندرکنش استفاده شده است [۱۳]. Penzien و Clough [۱۴] و Chopra [۱۵]، روش دقیق حل معادلات اندرکنش سازه و خاک در حوزه زمان را ارائه کرده‌اند. در زمینه سد، با توجه به ادبیات فنی اکثر مطالعات در حوزه فرکانس هستند. Dominguez و Maeso [۱۶]، سد قوسی را در حوزه فرکانس با در نظر گرفتن اندرکنش مدل کرده‌اند و اثرات فونداسیون و میرایی تشعشعی در پاسخ سازه را بررسی کرده‌اند. Touhei و Ohmachi [۱۷] از روش ترکیبی FE-BE برای آنالیز خطی مسئله اندرکنش سد-مخزن-فونداسیون در حوزه زمان استفاده کرده‌اند. روش جدید محاسبات که روش اجزاء محدود مرز مقیاس نامیده می‌شود یک روش المان مرزی بر پایه مفاهیم روش اجزاء محدود می‌باشد. این روش مزایای روش المان مرزی و روش اجزاء محدود را توأم در بر

همگرایی ادامه می‌یابد [۲۷]. در روش حل همزمان و یکجا، معادلات حاکم بر محیط‌های سازه و سیال در قالب برنامه واحد حل می‌شود [۲۸]. در روش حل همزمان، اندرکنش متقابل مابین محیط‌ها بنحو واقعی‌تری مدل می‌گردد و در نتیجه منجر به جواب‌های دقیق‌تری می‌گردد. اما روش حل همزمان معادلات، روشی زمانبر و مستلزم حجم عملیات محاسباتی زیادی می‌باشد، به ویژه هنگامی که تعداد المانه‌ای بکار رفته در مدل اجزاء محدود زیاد باشد، این روش شامل ماتریس ضرایبی با عرض نوار بزرگ بوده و در نتیجه نیازمند حجم حافظه‌ی بالا می‌باشد.

بیان مساله

در مسائل اندرکنش سد و مخزن، این سیستم‌ها به عنوان یک سیستم واحد در برابر تحریک خارجی عمل می‌کنند. در شکل ۱، بدنه سد، ناحیه نزدیک، ناحیه دور و مرز تابشی نشان داده شده است. سازه یک سد وزنی بتنی است که در اثر زمین‌لرزه تحریک شده است. این سد با ابعاد محدود، با سیال که تا بی‌نهایت ادامه دارد، در تماس دینامیکی است.



همچنین در سال ۲۰۰۷، Li و همکارانش [۲۲] با ترکیبی از روش‌های تحلیلی و روش اجزاء محدود مرز مقیاس تحلیلی از اندرکنش سد و مخزن ارائه نمودند. در تحلیل ایشان اثر رسوب کف مخزن نیز وارد شده است؛ اما از انعطاف‌پذیری سد و نیز مولفه قائم شتاب زلزله صرف نظر شده است. Fan و Li در سال ۲۰۰۸ [۲۳] با استفاده از ترکیب روش‌های اجزاء محدود و المان محدود مرز مقیاس توزیع فشار هیدرودینامیک وارد بر وجه بالادست سد صلب ناشی از زمین‌لرزه را در حوزه فرکانس به دست آوردند. آن‌ها مخزن را به دو بخش میدان نزدیک و میدان دور تقسیم کردند. میدان نزدیک را با روش اجزاء محدود و میدان دور را با روش المان محدود مرز مقیاس گسسته‌سازی کردند و از شرط همسازی در سطح مشترک دو میدان بهره بردند. Li و همکاران [۲۴] با رویکردی مشابه و با احتساب رسوب کف مخزن که جاذب انرژی است اندرکنش مخزن-سد-فونداسیون را در حوزه فرکانس محاسبه کردند. Li و همکاران [۲۵، ۲۶] در مطالعات خود همین مسئله را در حوزه زمان با ترکیب روش‌های مذکور بررسی کردند و منحنی‌های توزیع فشار هیدرودینامیک به ازای ارتعاشات لرزه‌ای با شتاب نگاشت‌های مشخص ارائه نموده‌اند. همواره بحث متداولی در خصوص انتخاب روش حل یکجا و یا روش حل مجزا معادلات حاکم در محیط‌های سازه و سیال در تحلیل مسائل مرتبط با اندرکنش سازه و سیال مطرح می‌شود. در روش حل مجزا از پروسه تکرار برای دستیابی به پاسخ سیستم درگیر استفاده می‌شود و پروسه تکرار تا ارضای شرط

شکل ۱- سیستم سد و مخزن

معادلات حاکم بر سیال

بنابراین با فرض تراکم‌پذیری خطی سیال و غیرچرخشی بودن آن و صرف نظر از اثرات لزجت سیال و برای دامنه‌های کوچک حرکت، مقدار فشار هیدرودینامیکی سیال یا به عبارتی معادله دو بعدی موج بر توزیع فشار هیدرودینامیک در سیال از رابطه زیر به دست می‌آید:

در این رابطه c سرعت امواج فشاری در آب است. این رابطه همراه با شرایط مرزی مناسب جنبه‌های

$$M_s u + C_s u + K_s u = f \quad (1)$$

هیدرودینامیک مسئله اندرکنش سد و سیال را به طور کامل تعریف می‌کند و معادله هلم هولتز نام دارد.

$$M_s = \int p N^T N dx dy \quad (2)$$

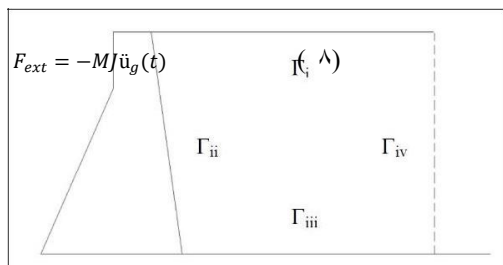
$$K_s = \int t B^T D B dx dy \quad (3)$$

$$f_s = \int_0^{N_{1x}} a \begin{bmatrix} M_{1y} & N_{2x} & N_{2y} & K_{3x} & 0 & N_{4x} \\ N_{3y} & 0 & N_{4y} & 0 & 0 & N_{5y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} = \frac{2\varepsilon}{\omega_1 + \omega_2} \begin{bmatrix} \omega_1 \omega_2 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$f_s = F_{ext} + F_f \quad (6)$$

۱-۲-۳- شرایط مرزی



معادلات حاکم بر سازه

با در نظر گرفتن مقطع عرضی سد به عنوان یک صفحه دو بعدی، فرم ماتریسی معادله دینامیکی سازه در

$$\nabla^2 p = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \quad (9)$$

حوزه زمان به شکل زیر قابل تعریف است [۲۹]:

در معادله‌ی بالا M_s ماتریس جرم، C_s ماتریس میرایی و K_s ماتریس سختی است. مقدار هر یک ماتریس‌های از سرهم نمودن مقدار هر یک برای تمامی المان‌ها بر حسب روابط زیر به دست می‌آید

N_i توابع شکل هستند. ماتریس میرایی C_s به روش رایلی محاسبه می‌شود:

ω_1 و ω_2 مقادیر فرکانس طبیعی مد اول و دوم

ارتعاش هستند و β درصد میرایی سازه می‌باشد. بردار نیروی اعمالی به سازه بصورت زیر بیان می‌شود:

با صرف نظر کردن از اثر کشش سطحی و نیروی حجمی، جمله اول نشان دهنده نیروی اینرسی وارد بر سازه تحت اثر زلزله است.

J ماتریس انتقال نامیده می‌شود که از ماتریس‌های واحد تشکیل شده است $\ddot{u}_g(t)$. شتاب زلزله است F_f . اثر نیروی اندرکنشی وارده از سیال به گره‌های سازه در محل فصل مشترک این دو را نشان می‌دهد.

دینامیکی در حوزه فرکانس به صورت زیر می‌باشد [۳۱ و ۳۲]:

$$S^{\infty}(\omega) = \sqrt{(E^2 + i\omega C^0 - \omega^2 M^0)E^{0-1}E^0} \quad (14)$$

شکل ۲- شرایط مرزی مخزن

با جداسازی چولسکی $E^0 = u u^T$ که در آن u ماتریس بالا مثلثی می‌باشد، رابطه بین سختی و نیرو در حوزه فرکانس $F(\omega) = S^{\infty}(\omega) u(\omega)$

۱- در سطح آب آزاد (Si):

$$M^{\infty}(\omega) = \frac{S^{\infty}(\omega)}{(i\omega)^2} \quad (15)$$

همچنین رابطه بین جرم و نیرو در حوزه فرکانس $F(\omega) = M^{\infty}(\omega) \ddot{u}(\omega)$ ، رابطه جابه‌جایی و $p = 0$

$$(m^{\infty}\{\omega\})^2 - \frac{1}{(i\omega)^4} e^2 - \frac{1}{(i\omega)^2} m^0 = 0 \quad (16)$$

$$m^{\infty}(t) = u^{-1T} M^{\infty}(t) U^{-1} \quad (17)$$

شتاب در حوزه فرکانس

$$e^2 = u^{-1T} E^2(t) u^{-1} \quad (18)$$

$\ddot{u}(\omega) = (i\omega)^2 u(\omega)$ و ترکیب این روابط، ماتریس جرم دینامیکی سیال از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$m^0 = u^{-1T} M^0(t) u^{-1} \quad (19)$$

۲- در فصل مشترک سازه و سیال (Sii):

در نتیجه، رابطه SBFEM بر حسب جرم دینامیکی در

$$q_n = \frac{\partial p}{\partial n} = -p \ddot{U}_n \quad (11)$$

۳- در کف مخزن (Siii):

$$q_n = \frac{\partial p}{\partial n} = 0 \quad (12)$$

۴- در مرز بالادست مخزن (Siv):

شرط مرزی شاران [۳۰] در انتهای مخزن:

حوزه فرکانس به صورت زیر می‌شود:

$$q_n = \frac{\partial p}{\partial n} = -\frac{p}{c} - \frac{\pi p}{2H_f} \quad (13)$$

که در آن H_f ارتفاع آب درون مخزن می‌باشد.

رابطه SBFEM در حوزه زمان

که در آن:

با اعمال تبدیل فوریه به رابطه (۱۶)، رابطه متناظر با این رابطه در حوزه زمان به شکل زیر بیان می‌شود:

به منظور تحلیل در حوزه زمان نیاز به سختی دینامیکی در حوزه زمان می‌باشد. مقدار سختی

رابطه فوق یک انتگرال کانولشن (Convolution Integral) است، با حل آن اثر انتشار و میرایی امواج به معادله سیال اعمال می‌گردد.

این رابطه عملکردی مشابه اعمال شرط تابش به معادلات سیال در مختصات SBFEM دارد. مقادیر جرم دینامیکی در رابطه فوق با استفاده از رابطه (۲۰) قابل محاسبه است.

به منظور کاهش عملیات محاسباتی، فن و همکارانش [۳۳] حل این رابطه را با روش قطری‌سازی پیشنهاد کرده‌اند.

با داشتن رابطه قطری در حوزه فرکانس و با توجه به

$$V(t) = \int_0^{\infty} M^{\infty}(t - \tau) \dot{\phi}(t) d\tau \quad (21)$$

ماتریس سختی و جرم دینامیکی که تشکیل یک زوج فوریه را می‌دهند، میتوان به رابطه قطری SBFEM در حوزه زمان دست یافت.

$$M^{\infty}(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{s^{\infty}(\omega)}{(i\omega)^2} e^{i\omega t} d\omega \quad (26)$$

حل عددی چنین انتگرال‌هایی در حوزه زمان معمولاً از لحاظ زمانی و محاسبات کامپیوتری بسیار پر هزینه است از این رو از یک روش قطری‌سازی توسط لی [۴۳] جهت حل انتگرال مزبور استفاده شده است. در این روند ابتدا مسئله مقدار ویژه برای بردارهای E_0 و E_2 مطرح شده و به کمک آن به حل انتگرال مورد نظر پرداخته می‌شود.

$$\int_0^{\infty} m^{\infty}(t - \tau) m^{\infty}(t) d\tau - \frac{T^3}{6} e^2 - tm^0 = 0 \quad (20)$$

Wolf and Song در سال ۱۹۹۶ [۳۲] یک روش برای ارزیابی ماتریس جرم دینامیکی $M^{\infty}(t)$ در زمانهای مختلف t توسط انتگرال معادله (۲۰) ارائه کردند.

در این روش با تجزیه این معادله با توجه به عامل زمان به ترتیب یک معادله ریکاتی برای ارزیابی $M^{\infty}(t = \Delta t)$ در اولین گام زمانی و $M^{\infty}(t = j \Delta t)$ در j امین گام زمانی تشکیل شد. از طرفی حالت خاصی از معکوس تبدیل فوریه برای هر دو تابع جرم دینامیکی و تابع پتانسیل سرعت در حوزه فرکانس به شکل انتگرال زیر می‌باشد:

در این رابطه $M^{\infty}(t)$ ماتریس جرم دینامیکی ناحیه دور میباشد و $\dot{\phi}(t)$ و $V_n(t)$ به ترتیب متعلق به متغیر $\dot{\phi}(\omega)$ و $V_n(\omega)$ در دامنه زمان هستند. در این رابطه $M^{\infty}(t)$ و $\frac{s^{\infty}(\omega)}{(i\omega)^2}$ یک زوج تبدیل فوریه را تشکیل می‌دهند.

$$V_n^n = M_1^{\infty} \phi^n + \sum_{j=1}^n (M_{n-j+1}^{\infty} - M_{n-j}^{\infty}) \phi^j \quad (22)$$

$$M_{n-j+1}^{\infty} = M^{\infty}((n-j+1)\Delta t) \quad (23)$$

با جداسازی معادله (۳۲) در دامنه زمان و با فرض اینکه تمام شرایط اولیه صفر باشد رابطه زیر بدست می‌آید که Δt افزایش در هر گام زمانی را نشان می‌دهد

$$\Phi^j = \phi(j\Delta t) \quad (24)$$

$$V_n^n = V_n(n\Delta t) \quad (25)$$

با فرض $u = X^{-1}$ و از روابط (۸) و (۳۱) جمله اول رابطه (۱۶) بدست می‌آید:

$$\int_0^t M^\infty(t-\tau)M^\infty(\tau)d\tau = \quad (33)$$

$$\int_0^t M_d^\infty(t-\tau)d\tau$$

به همین ترتیب و با جایگذاری روابط (۱۸) و (۱۹)، جملات دوم و سوم رابطه (۱۶) حاصل می‌شود.

$$\frac{t^3}{6}e^2 = \frac{t^3}{6}\Lambda \quad (34)$$

$$tm^0 = t\frac{H^2}{C^2}I \quad (35)$$

با جایگذاری روابط (۳۳)، (۳۴) و (۳۵) در رابطه (۱۶) داریم:

$$\int_0^t M_d^\infty(t-\tau)M_d^\infty(\tau)d\tau - \quad (36)$$

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} x^T \frac{s^\infty(\omega)}{(i\omega)^2} X e^{i\omega t} d\omega =$$

$$\frac{t^3}{6}\Lambda - t\frac{H^2}{C^2}I = 0$$

حال برای حل رابطه‌ی فوق بایستی M_d^∞ که در هر گام زمانی به صورت قطعه‌ای ثابت فرض شده، انتگرال‌گیری زمانی شود. لذا در گام زمانی اول حل انتگرال مورد نظر را به صورت زیر فرض می‌کنیم:

$$(M_{d1}^\infty)^2 - \frac{\Delta t^2}{6}\Lambda - \frac{H^2}{C^2}I = 0 \quad (37)$$

$$E^2\{x\} = \lambda E^0\{x\} \quad (27)$$

در رابطه بالا x معرف بردار ویژه و λ مقادیر ویژه ماتریس مذکور میباشد. چنانچه E_0 و E_2 از مرتبه n باشند، n مقدار ویژه و n بردار ویژه متناظر با آن‌ها وجود خواهد داشت.

$$E^2X = E^0X\Lambda \quad (28)$$

به طوریکه اعضای ماتریس مربعی X و ماتریس قطری Λ تشکیل یک زوج بردار ویژه و مقدار ویژه را می‌دهند.

$$x = [\{x_1\} \dots \{x_n\}] \quad (29)$$

$$\Lambda = \text{diag}(\lambda_i) \quad i = 1, \dots, n \quad (30)$$

با ضرب X^T در سمت چپ و X از سمت راست رابطه (۲۲)، فرم ماتریس جرم دینامیکی به شکل زیر به دست خواهد آمد

$$m_d^\infty(t) = x^T M^\infty x = \quad (31)$$

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} x^T \frac{S_d^\infty(\omega)}{(i\omega)^2} X e^{i\omega t} \cdot d\omega$$

با ضرب X^T در سمت چپ رابطه (۱۲) فرم قطری رابطه‌ی SBFEM در حوزه زمان:

$$V_d(t) = x^T V_n(t) = \quad (32)$$

$$\int_0^t X^T M^\infty(t) X X^{-1} \ddot{\Phi}(\tau) d\tau =$$

$$\int_0^t M_d^\infty(t-\tau) \ddot{\Phi}(\tau) d\tau$$

$$\begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{\phi}_1^n \\ \ddot{\phi}_2^n \\ \ddot{\phi}_{13}^n \end{pmatrix} = M_{d_1}^\infty = \sqrt{\frac{\Delta t^2}{6} \Lambda + \frac{H^2}{c^2} I} = \quad (38)$$

$$\begin{pmatrix} V_{n1}^n \\ -\sum_{j=2}^{n-1} (M_{n-j+1}^\infty - M_{n-j}^\infty) \phi_2^j \\ V_{n3}^n \end{pmatrix} \quad \text{diag} \left[\sqrt{\frac{\Delta t^2}{6} \lambda_1 + \frac{H^2}{c^2}} \right]$$

برای گام زمانی n ام در رابطه‌ی (۳۶):

فرم نهایی معادله اندرکنش سازه و سیال با توجه به رویکرد همزمان، باید در یک دستگاه معادلات قرار داده شوند. با توجه به اینکه رابطه (۴۱) ماتریس جرم دینامیکی سیال برای ناحیه دور را ارائه می‌کند، فرم ماتریسی معادلات درگیر سازه و سیال به شکل زیر است:

$$M_{d_1}^\infty M_{d_n}^\infty + M_{d_n}^\infty M_{d_1}^\infty = \quad (39)$$

$$-\sum_{j=2}^{n-1} M_{d_{n-j+1}}^\infty M_{d_j}^\infty + \frac{n^3 \Delta t^2}{6} \Lambda + \frac{nH^2}{c^2} I$$

به طوریکه $M_{d_j}^\infty = M_{d(j\Delta t)}^\infty$ با توجه به قطری بودن $M_{d_1}^\infty$ رابطه‌ی (۳۹) بصورت زیر قابل بیان است:

$$\begin{bmatrix} C_s & 0 \\ 0 & C_f \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{u} \\ \ddot{p} \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} M_s & 0 \\ PQ^T & M_f \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{u} \\ \dot{p} \end{pmatrix} + \quad (42)$$

$$\begin{bmatrix} K_s & -Q \\ 0 & K_f \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u \\ p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -M_j \ddot{U}_g(t) \\ -PQ^T \ddot{U}_g(t) \end{pmatrix}$$

که در آن:

$$M_f = \frac{1}{c^2} \int_{\Omega} N_f^T N_f d\Omega \quad (43)$$

$$C_f = \frac{1}{c^2} \int_{S_{iv}} N_f^T N_f ds + E$$

$$E = \frac{M_{d_n}^\infty}{\rho}$$

$$K_f = \int_{\Omega} (\nabla N_f^T)(\nabla N_f) d\Omega +$$

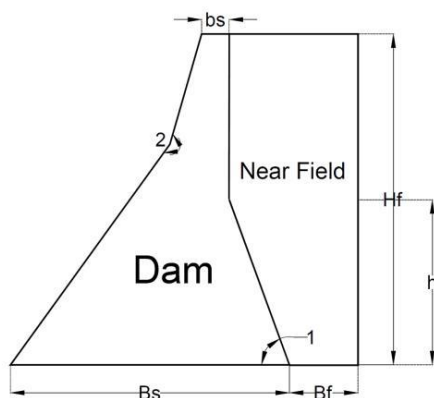
$$M_{d_n}^\infty = \frac{1}{2} (M_{d_1}^\infty)^{-1} - \left(\sum_{j=2}^{n-1} M_{d_{n-j+1}}^\infty M_{d_j}^\infty + \frac{n^3 \Delta t^2}{6} \Lambda + \frac{nH^2}{c^2} I \right) \quad (40)$$

معادله درگیر شده اجزاء محدود و اجزاء محدود مرز مقیاس مخزن برای حل پاسخ گذرای مخزن در حوزه زمان به صورت زیر می‌باشد:

$$\begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{\phi}_1^n \\ \ddot{\phi}_2^n \\ \ddot{\phi}_{13}^n \end{pmatrix} + \quad (41)$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_{d_1}^\infty & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{\phi}_1^n \\ \ddot{\phi}_2^n \\ \ddot{\phi}_{13}^n \end{pmatrix} +$$

تحلیل شده است. سپس تحلیل دینامیکی با در نظر گرفتن اثر اندرکنش سازه- سیال صورت گرفته است. به منظور صحت‌سنجی بدنه سد که به روش اجزاء محدود مدل شده است، سد در محیط SAP تحت فشار هیدرواستاتیک مدل گردیده است. نتایج این دو مدل در شکل ۵ نشان داده شده است و همانطور که ملاحظه می‌شود نتایج تحلیل عددی و نرم‌افزار SAP انطباق خوبی دارند.



شکل ۳- شمای سد دوبعدی تحلیل شده

$$\left(\frac{\Pi}{2H_f}\right) \int_{S_{iv}} N_f^T \nabla N_f dS$$

$$Q^T = \int_{S_{ii}} N^T n \bar{N} dS$$

که در آن Q ماتریس کوپله می باشد.

نتیجه گیری

یک برنامه کامپیوتری بر اساس روابط ارائه شده در بخش قبل، برای تعیین جابه‌جایی تاج سد و فشار هیدروروینامیکی نوشته شده است. برای حل معادلات ماتریسی از روش شتاب ثابت نیومارک با ضرایب ثابت $\gamma = 0.5$ و $\beta = 0.25$ استفاده شده است. یک سد وزنی دوبعدی به ارتفاع $H=120\text{m}$ و طول تاج 10m و عرض قاعده سد $B_s=102.12\text{m}$ در نظر گرفته شده است (شکل ۳). مدول الاستیسیته، جرم حجمی و نسبت پواسون بتن سد به ترتیب $2.0 \times 10^4 \text{N/m}^2$ ، 2400 kg/m^3 و 0.2 فرض شده است. جرم حجمی سیال و سرعت انتشار موج در محیط سیال به ترتیب

$$c_w = 1437.8 \text{ m/s}, p_w = 1000 \text{ Kg/m}^3$$

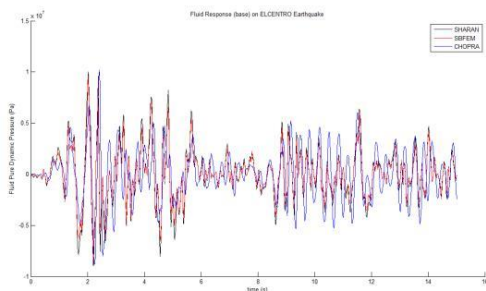
است. میرایی سازه متناسب با جرم و مساوی 5% در نظر گرفته شده است. سد با حالت کرنش صفحه‌ای به وسیله اجزاء محدود و محیط سیال به روش اجزاء محدود مرز مقیاس مدل شده است. در این بخش از زلزله ال سنترو 1940 به عنوان بار دینامیکی که بر سازه اثر میکند استفاده شده است (شکل ۴). سازه مورد نظر ابتدا بدون در نظر گرفتن اثر اندرکنش تحلیل شده است. سیال نیز بدون در نظر گرفتن اثر اندرکنش

$$\cos(\lambda_n y) \int_0^t \ddot{U}_g J_0[\lambda_n C_w(t - \tau)] d\tau$$

به طوریکه $\lambda_n = \frac{(2n-1)\tau}{2H}$ ، دانسیته سیال p_w ، C_w سرعت انتشار صوت در آب، J_0 تابع بسل مرتبه اول و t زمان می‌باشند.

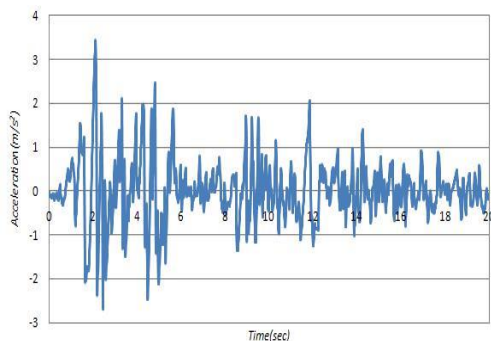
زمین‌لرزه ال‌سنترو به عنوان تحریک پایه در امتداد محور X موثر بر این سیستم انتخاب شده است.

به منظور صحت‌سنجی محیط سیال، برنامه تهیه شده با شرط صلب بودن سد تحلیل گردید و نتایج این تحلیل و حل تحلیلی چوپرا در شکل ۶ نشان داده شده است و همانطور که ملاحظه میشود نتایج تحلیل عددی و تحلیلی انطباق خوبی دارند.

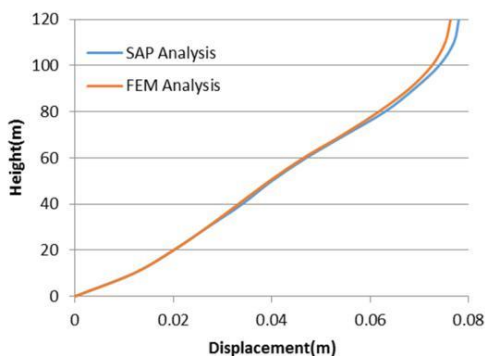


شکل ۶- فشار هیدرودینامیکی به دو روش حل تحلیلی و عددی

نتایج حاصل از تحلیل اندرکنش سد و مخزن به روش اجزاء محدود مرز مقیاس و روش اجزاء محدود با شرایط مرزی شاران ارائه شده است. در تحلیل به روش اجزاء محدود با شرایط مرزی شاران طول مخزن ۵ برابر ارتفاع سد اختیار شده است.



شکل ۴- شتاب زلزله El Centro در راستای شمالی-جنوبی



شکل ۵- جایجایی تاج سد بدون در نظر گرفتن فشار هیدرودینامیکی

به منظور صحت‌سنجی محیط سیال از حل تحلیلی برای توزیع فشار دینامیکی در سطح بالادست سد صلب توسط چوپرا [۳۵] که به صورت زیر ارائه گردیده، استفاده شده است:

$$P(y, t) = \frac{4p_w C_w}{\pi} \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{2n-1} \times \quad (44)$$

تحلیل اندرکنش سد بتنی و مخزن به روش اجزاء محدود مرز مقیاس

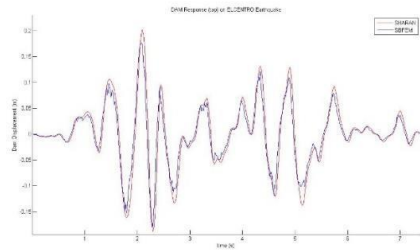
سبا عابدی، رضا عطارنژاد

شکل ۸- مقایسه جابجایی تاج سد با افزایش طول مخزن

در روش شاران با افزایش طول مخزن جابه‌جایی تاج سد به نتایج روش اجزاء محدود مرز مقیاس نزدیکتر می‌شود. با توجه به شکل ۸، حداقل طول مخزن برای مدلسازی اجزاء محدود با شرط مرزی شاران به منظور همگرایی به جواب‌های دقیق ۲۵H می‌باشد. در روش اجزاء محدود مرز مقیاس چون محیط نیمه بی‌نهایت دقیق مدل شده است در نتیجه میرایی تشعشعی بهتر در نظر گرفته شده است. لذا می‌توان گفت روش اجزاء محدود مرز مقیاس با تعداد المانهای کمتر نسبت به روش اجزاء محدود به جواب دقیق همگرا می‌شود.

در این مقاله یک مدل ترکیبی اجزا محدود مرز مقیاس- اجزا محدود برای بررسی پاسخ دینامیکی سیستم سد و سیال ارائه شده است. تحلیل در حوزه زمان صورت گرفته و رفتار خطی برای مصالح سازه و سیال فرض شده است. روش اجزا محدود مرز مقیاس که یک روش المان مرزی بر پایه اجزا محدود است برای تحلیل محیط سیال، و روش اجزا محدود برای تحلیل سازه به کار گرفته شده است.

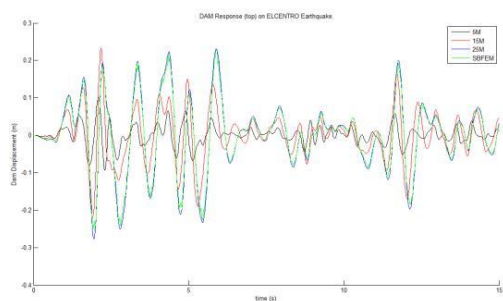
از روش حل همزمان برای تشکیل و حل معادلات حاکم استفاده شده است. در روش حل همزمان، اندرکنش متقابل مابین دو محیط سازه و سیال به‌نحو واقعی‌تری مدل می‌گردد و در نتیجه منجر به جواب‌های دقیق‌تری می‌گردد. به منظور کاهش عملیات محاسباتی در محیط سیال از تکنیک



شکل ۷- مقایسه جابجایی تاج سد تحت دو روش عددی

با توجه به اینکه روش اجزاء محدود مرز مقیاس مرز نامحدود را کامل مدل می‌کند، میرایی محیط نامحدود را دقیق‌تر در نظر می‌گیرد. با توجه به شکل ۷، جواب‌های روش اجزاء محدود مرز مقیاس کمتر از جواب‌های روش اجزاء محدود با شرایط مرزی شاران می‌باشد.

به منظور بررسی اثر طول مخزن در مدلسازی عددی به روش اجزاء محدود با شرایط مرزی شاران، طول‌های مختلف مخزن شامل ۵H، ۱۰H و ۲۰H در نظر گرفته شده است. در شکل ۸ نتایج حاصل از تحلیل اندرکنش سد و مخزن به روش اجزاء محدود مرز مقیاس و روش اجزاء محدود با شرایط مرزی شاران با طول‌های مختلف مخزن ارائه شده است.



تحلیل اندرکنش سد بتنی و مخزن به روش اجزاء محدود مرز مقیاس

سپا عابدی، رضا عطارنژاد

معادلات و هزینه محاسبات کاهش می‌یابد. با توجه به اینکه روش اجزاء محدود مرز مقیاس محیط نامحدود و در نتیجه میرایی را بطور کامل مدل می‌کند، نتایج مناسبی ارائه می‌نماید. استفاده از روش مذکور باعث کاهش حجم عملیات محاسباتی با دقت مناسب می‌شود.

موضوع مهم دیگری، طول حوزه نزدیک در روش اجزاء محدود با شرایط مرزی شاران است. به شکلی که با افزایش طول مخزن جواب‌های این روش به نتایج روش اجزاء محدود مرز مقیاس، نزدیک می‌شود. مقایسه نتایج، نشان دهنده‌ی این امر است که شرایط مرزی شاران با حداقل طول مخزن $H25$ به جواب دقیق میل پیدا می‌کند. مقایسه نتایج حاصل از تحلیل با استفاده از مدل ارائه شده و روش‌های موجود در ادبیات فنی نشان دهنده کارایی روش پیشنهادی است.

قطری‌سازی استفاده شده است. از طرف دیگر در روش اجزاء محدود مرز مقیاس، در مقایسه با روش اجزاء محدود، می‌توان تعداد المان‌بندی محیط سیال را کاهش داد. در نتیجه تعداد معادلات و هزینه محاسبات کاهش می‌یابد.

طول حوزه نزدیک در روش اجزاء محدود با شرایط مرزی شاران موضوع مهمی است به طوریکه با افزایش طول مخزن جواب‌های این روش به نتایج روش اجزاء محدود مرز مقیاس، نزدیک می‌شود. مقایسه نتایج، نشان دهنده‌ی این امر است که شرط مرزی شاران با حداقل طول مخزن $20H$ به جواب دقیق میل می‌کند. مقایسه نتایج حاصل از تحلیل با استفاده از مدل ارائه شده و روش‌های موجود در ادبیات فنی نشان دهنده کارایی روش پیشنهادی می‌باشد.

مراجع

Westergard, H.m., " Water pressure on dams during earthquake", Trans. ASME. 98, pp. 418-433, (1933).

Kharman, T.Von. , "Discussion of water pressure on dams during earthquake", Trans. ASCE, 98, pp. 434-436, (1933).

Chopra , AK. and Chakrabarty, P., "Earthquake analysis of concrete gravity dams including dam-fluidfoundation rock interaction", Earthquake Engineering and Structure Dynamics, vol.9, pp. 363-83, (1981).

Fenves, G, and Chopra , AK., "Simplified earthquake analysis of concrete gravity dams: separate hydrodynamic and foundation

جمع‌بندی

در این مقاله اندرکنش سد و مخزن در هنگام وقوع زلزله مورد بررسی واقع شده است. بدین منظور دو روش اجزاء محدود با شرط مرزی شاران و اجزاء محدود مرز مقیاس جهت مدل‌سازی مخزن استفاده شده است. از سویی دیگر برای مدل‌سازی بدنه سد، تحلیل سازه و همچنین ناحیه نزدیک مخزن از روش اجزاء محدود و جهت مدل‌سازی ناحیه دور دست مخزن و برای تحلیل محیط سیال از اجزاء محدود مرز مقیاس کمک گرفته شده است. از روش حل همزمان نیز برای تشکیل و حل معادلات حاکم استفاده شده است. از سویی دیگر در روش اجزاء محدود مرز مقیاس، در مقایسه با روش اجزاء محدود، می‌توان تعداد المان‌بندی محیط سیال را کاهش داد. در نتیجه تعداد

- foundation interaction procedures”, International Journal for Numerical Methods in Engineering, vol.16, pp. 79-99, (1992).
- Clough, RW. and Penzien, J., “Dynamics of structure”, First ed. McGraw-Hill Company, pp.584-8,(1975).
- Clough, RW. and Chopra, AK., “Earthquake response analysis of concrete dams”, In:Hall WJ, editor. Structural and Geotechnical Mechanics, Chap-18.PrenticeHall. pp. 384-6, (1977).
- Dominguez, J. and Maeso, O., “Model for the seismic analysis for arch dams including interaction effects”, Proceedings of 10th Word Conference on Earthquake Engineering, Madrid,vol.8, pp. 4601-6, (1992).
- Touhei, T. and , Ohmachi, T., “A FE-BE method for dynamic analysis of dam-foundation-reservoir system in the time domain”, Earthquake Engineering and Structural Dynamics,vol.22, pp. 195-209, (1993).
- Song, Ch. and Wolf , JP., “The scaled boundary finite-element method-alias consistent infinitesimal finiteelement cell method for electrostatics”, Comput Meth Appl MechEng,147, (1994).
- Song, Ch. and Wolf, JP., “The scaled boundary finite element method-a primer”: solution procedures, Computer and Structures,vol:78,pp:211-25, (2000).
- 11
- Wolf, J.P., “The scaled boundary finite element method”, John Wiley & Sons Inc., NJ, (2003).
- effects”, Journal of Engineering Mechanics, ASCE, vol.6, pp. 715-35,(1985).
- Medina, F, and Taylor , R.L., “Finite element techniques for problems of unbounded domain”, International Journal for Numerical Methods in Engineering, vol.19, pp. 1209-26, (1983).
- Fok K, L, and Chopra, A.K ., “Hydrodynamic and foundation flexibility effects in earthquake response of arch dam”, Journal of structural Engineering, ASCE, vol.112, pp. 1810-28, (1986).
- Sommerfeld, A., “Partial differential equations in physics”, Academic Press, NewYork, NY, (1888).
- Dominguez, J., “Boundary element in dynamics”, U.K: Computational Mechanics Publications, (1949).
- Becker, A., “The boundary element method in engineering”, MCGRAW-HILL, England, (1992).
- Beskos, D., ” Boundary element methods in dynamic analysis”, part II. Applied Mechanics Reviews(ASME), 50(3),pp:149-97, (1986-1996).
- Manolis, G. D.and Beskos, D. E., “Boundary element methods in elastodynamics”, Vuwin Hyman: London, (1988).
- Zienkiewicz, OC. and Kelly, DW. And Bettles, P., “The coupling of the finite element methods and boundary solution procedures”, International Journal for Numerical Methods in Engineering, vol.11, pp. 355-77, (1977).
- Valiappan, S.and Zhao, c., “Dynamic response of concrete gravity dams including dam-water-

Heil M, "An efficient solver for the fully coupled solution of large-displacement fluid-structure interaction problems. *Comput.Method Appl. Mech Eng.*,193,p. -23, (2004).

Clough, R.W. and Penzien, J., "Dynamics of structures", Computers and Structures, Inc. USA, (1995).

Sharan, S.K., "Time domain analysis of infinite fluid vibration", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 24, pp. 945-958, (1987).

Li, S.M. , Liang, H. and Li, A.M., " A semi-analytical solution for characteristics of a dam reservoir system with absorptive reservoir bottom". *Journal of Hydrodynamics*, Vol.2,pp.727-734,(2008).

Wolf, J.P. and Song, C.M., "Finite-element modeling of unbounded media", Wiley, ISBN978-0-471-96134-5, Chichester, (1996).

Fan, S.C., Li, S.M. and Yu, G.Y, " Dynamic fluid-structure interaction analysis using boundary finite element method/finite element method ", *Journal of Applied Mechanics* 72(4),pp. 591-598 (2005).

Li, S. M., " Diagonalization procedure for scaled boundary finite element method in modeling semi-infinite reservoir with uniform cross-section", (June), pp.596-608, (2009).

Chopra, A.K., "Hydrodynamic pressure on dams during earthquakes" *J. Eng Mech.Div.,ASCE*,vol.93,pp.205-223,(1967).

Fan, S.C., Li, S.M. and Yu, G.Y., " Dynamic fluid-structure interaction analysis using boundary finite element method/finite element method ", *Journal of Applied Mechanics* 72(4), pp.591-598 (2005).

Shang-ming, L. and Ai-min, L., "A semi-analytical solution for characteristics of a dam-reservoir System with absorptive reservoir bottom," *journal of Hydrodynamics*, pp. 727-734, (2007).

Fan, S.C., Li, S.M, "Boundary finite-element method coupling finite-element method for steady-state analyses of dam-reservoir systems", *Journal of Engineering Mechanics ASCE*, 134, pp. 133-142, (2008).

Li, S. M. , Liang, H. and Li, A.M., "A semi-analytical solution for characteristics of a dam-reservoir system with absorptive reservoir bottom", *Journal of Hydrodynamics* 20(6), pp. 727-734, (2008).

.Gao, L., JianGuo, D. and ZhiQiang, H., "Dynamic dam-reservoir interaction analysis including effects of reservoir boundary absorption ", *Sci China Ser E-Tech Sci*,vol. 50, Supp. I . pp. 1-10 ,(2007).

Gao, L., Wang, Y. and Zhiqiang, H., "An efficient approach for frequency-domain and time-domain hydrodynamic analysis of dam-reservoir systems", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, (2012).

Ghaemian, M . and Ghobarah, A ., "Staggered solution schemes for dam-reservoir interaction", *J. of Fluids and Structures*, 12, pp.933-948, (1998).